Sächsisches Staatsministerium
für Kultus

Schuljahr **2018/19**

Geltungsbereich:
- allgemeinbildendes Gymnasium
- Abendgymnasium und Kolleg
- schulfremde Prüfungsteilnehmer

Schriftliche Abiturprüfung
Grundkursfach Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Teil A

Allgemeine Arbeitshinweise

Tragen Sie auf den Seiten 2 und 3 des Materials für den Prüfungsteilnehmer Teil A Ihre Schulchiffre und Ihre Kennzahl ein.

Ihre Arbeitszeit einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte für den Prüfungsteil A beträgt **60 Minuten**.

Im Teil A sind 15 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.

Zugelassene Hilfsmittel:
- Zeichengeräte
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- zweisprachiges Wörterbuch für Prüfungsteilnehmer mit Migrationshintergrund, deren Herkunftssprache nicht Deutsch ist
(Deutsch-Herkunftssprache/Herkunftssprache-Deutsch)

Handelt es sich bei den Hilfsmitteln um Wörterbücher, sind jeweils nichtelektronische und elektronische Wörterbücher zugelassen, sofern sie geschlossene Systeme ohne Möglichkeit der Speichererweiterung sind. Eventuell vorhandene Speicher müssen gesperrt oder gelöscht werden. Internetfähige Hilfsmittel sind ausgeschlossen.

Prüfungsinhalt

Tragen Sie die Antworten zur Aufgabe 1 auf den vorliegenden Aufgabenblättern ein und verwenden Sie für die Antworten zu den Aufgaben 2 bis 4 das bereitliegende Papier für die Reinschrift.

1 In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1.1 Für $x \in \mathbb{R}\ (x \neq 0)$ ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x^3}$ gegeben.

Welche Gleichung beschreibt eine Stammfunktion von f?

- ☐ $F(x) = -\frac{1}{x^2} + 1 \quad (x \in \mathbb{R}, x \neq 0)$
- ☐ $F(x) = \frac{1}{x^2} + 1 \quad (x \in \mathbb{R}, x \neq 0)$
- ☐ $F(x) = \frac{2}{x^2} \quad (x \in \mathbb{R}, x \neq 0)$
- ☐ $F(x) = -\frac{6}{x^4} \quad (x \in \mathbb{R}, x \neq 0)$
- ☐ $F(x) = -\frac{1}{2 \cdot x^4} + 1 \quad (x \in \mathbb{R}, x \neq 0)$

1.2 Für die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = \mathrm{e}^{x+1}$ ist folgende Aussage wahr:

- ☐ Die Funktion f hat eine Nullstelle.
- ☐ Es gilt: $f'(x) \neq f(x)$.
- ☐ Der Graph von f ist symmetrisch.
- ☐ Der Graph von f hat eine waagerechte Asymptote mit der Gleichung $y = 0$.
- ☐ Der Graph von f besitzt einen Wendepunkt.

1.3 Die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$ schneidet die x-y-Ebene im Punkt:

☐	☐	☐	☐	☐
$(0 \mid 0 \mid 0)$	$(-7 \mid -1 \mid 0)$	$(13 \mid 9 \mid 0)$	$(11 \mid 0 \mid 1)$	$(-5 \mid 0 \mid 9)$

1.4 Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt der Ebene E in einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung O.
Die Ebene E kann durch folgende Gleichung beschrieben werden:

☐ $E:\ x+y+z=0$

☐ $E:\ x+y+z=1$

☐ $E:\ x+y+z=3$

☐ $E:\ y+z=1$

☐ $E:\ x=1$

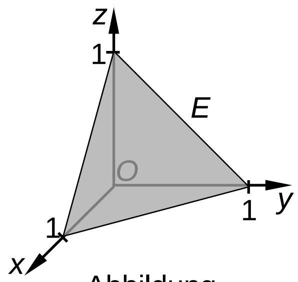

Abbildung
(nicht maßstäblich)

1.5 Beim Wurf einer verbeulten Münze fällt Wappen mit der Wahrscheinlichkeit p.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim 10-maligen Werfen dieser Münze genau zweimal Wappen fällt, lässt sich mit folgendem Term berechnen:

☐ $p^2 \cdot (1-p)^8$

☐ $2 \cdot p^2 \cdot (1-p)^8$

☐ $\binom{10}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^8$

☐ $p^8 \cdot (1-p)^2$

☐ $\binom{10}{2} \cdot p^8 \cdot (1-p)^2$

Für Aufgabe 1 erreichbare BE-Anzahl: 05

2 Der Inhalt einer Fläche wird durch den Term $\int_0^3 (x+1)\,\mathrm{d}x$ berechnet.

2.1 Stellen Sie diese Fläche in einem kartesischen Koordinatensystem dar.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.2 Ermitteln Sie den Wert des Terms.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

3 Die Geraden $g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$ und $h\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (r \in \mathbb{R})$ schneiden sich im Punkt S.

3.1 Bestimmen Sie die Koordinaten von S.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

3.2 Untersuchen Sie, ob g und h orthogonal zueinander verlaufen.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

4 Ein Vater kann mit einem seiner drei Söhne ein Fußballspiel besuchen. Alle drei Söhne möchten gern mitkommen. Um zu einer Entscheidung zu kommen, fertigt der Vater drei äußerlich nicht unterscheidbare Lose an. Darunter befindet sich genau ein Los, welches den Besuch des Fußballspiels ermöglicht. Die drei Söhne ziehen nacheinander ohne Zurücklegen ein Los zufällig. Erst nachdem alle drei Söhne gezogen haben, werden die Lose geöffnet.

Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für den Besuch des Fußballspiels für jeden Sohn gleich ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

Schriftliche Abiturprüfung
Grundkursfach Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Teil B

Allgemeine Arbeitshinweise

Ihre Arbeitszeit einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte für den Prüfungsteil B beträgt **180 Minuten**.

Im Teil B sind 45 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.

Zugelassene Hilfsmittel:
- entsprechend den getroffenen Festlegungen der Schule entweder grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner mit beziehungsweise ohne Computer-Algebra-System oder ein Computer-Algebra-System auf der Grundlage einer anderen geschlossenen Plattform
- Tabellen- und Formelsammlung
- Zeichengeräte
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- zweisprachiges Wörterbuch für Prüfungsteilnehmer mit Migrationshintergrund, deren Herkunftssprache nicht Deutsch ist
  (Deutsch-Herkunftssprache/Herkunftssprache-Deutsch)

Handelt es sich bei den Hilfsmitteln um Wörterbücher, sind jeweils nichtelektronische und elektronische Wörterbücher zugelassen, sofern sie geschlossene Systeme ohne Möglichkeit der Speichererweiterung sind. Eventuell vorhandene Speicher müssen gesperrt oder gelöscht werden. Internetfähige Hilfsmittel sind ausgeschlossen.

Prüfungsinhalt

Aufgabe B 1

Rasenroboter können Rasenflächen selbstständig mähen. Sie arbeiten mithilfe eines Begrenzungskabels. Das Begrenzungskabel muss vorab verlegt werden, um die zu mähende Rasenfläche einzugrenzen.

Ein kartesisches Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung O (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) wird in eine Rasenfläche gelegt. Diese Rasenfläche liegt in der x-y-Ebene.
Der Verlauf des Begrenzungskabels wird zwischen den Punkten A und B näherungsweise durch den Graphen der Funktion f mit

$f(x) = -0{,}25 \cdot x^2 + 3{,}95 \cdot x - 9{,}10$

$(x \in \mathbb{R}; 2{,}8 \leq x \leq 10{,}0)$ sowie durch die Strecken $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EO}$ und $\overline{OA}$ beschrieben (siehe Abbildung).
Es gilt: $A(2{,}8 \mid 0{,}0)$, $B(10{,}0 \mid 5{,}4)$, $C(13{,}0 \mid 6{,}9)$, $D(13{,}0 \mid 10{,}0)$ und $E(0{,}0 \mid 14{,}0)$.
Im Punkt $F(0{,}0 \mid 3{,}0)$ befindet sich die Ladestation des Rasenroboters.

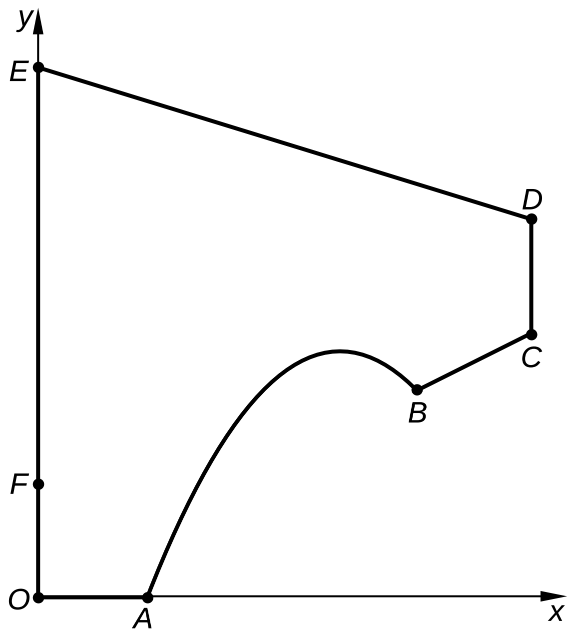

Abbildung (nicht maßstäblich)

1.1 Geben Sie die Koordinaten des Maximumpunktes des Graphen von f an.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

1.2 Die Strecke $\overline{BC}$ liegt auf einer Geraden g.

Weisen Sie nach, dass g durch die Gleichung $y = 0{,}5 \cdot x + 0{,}4 \quad (x \in \mathbb{R})$ beschrieben werden kann.

Die Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt $P(x_P \mid f(x_P))$ verläuft parallel zu g.

Ermitteln Sie die x-Koordinate von P.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

1.3 Ein Rasenroboter kann unter optimalen Bedingungen in einer Minute eine Fläche von $2{,}5\,\text{m}^2$ mähen. Dieser Rasenroboter soll die durch das Begrenzungskabel eingeschlossene Rasenfläche vollständig mähen.

Berechnen Sie die Zeit, die dieser Rasenroboter unter optimalen Bedingungen dafür benötigen würde.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

Fortsetzung auf Seite 7

Fortsetzung Aufgabe B 1

1.4 Der Rasenroboter startet den Mähvorgang an der Ladestation im Punkt F. Er fährt geradlinig in Richtung des Punktes $Q(\,x_Q \mid f(x_Q)\,)$, für den die Länge der Strecke $\overline{FQ}$ minimal ist.
Ermitteln Sie diese minimale Länge.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.5 Zum Auffinden der Ladestation wird für den Rasenroboter ein Suchkabel verlegt.
Das Suchkabel verläuft ab der Ladestation zunächst 3,0 m geradlinig und orthogonal zur Strecke $\overline{EO}$ bis zu einem Punkt G.
Der weitere Verlauf des Suchkabels wird im Intervall $3{,}0 \le x \le 10{,}4$ näherungsweise durch den Graphen einer ganzrationalen Funktion h zweiten Grades beschrieben. Die Punkte G, $H(7{,}5 \mid 9{,}0)$ und $M(10{,}4 \mid y_M)$ liegen auf dem Graphen von h.
Der Punkt M hat, parallel zur y-Achse gemessen, zu $\overline{BC}$ die gleiche Entfernung wie zu $\overline{DE}$.
Weisen Sie nach, dass gilt: $y_M = 8{,}2$.
Bestimmen Sie eine Gleichung von h.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Aus Sicherheitsgründen sollte der Rasenroboter reagieren, wenn er auf Hindernisse trifft. Die Sensoren des Rasenroboters erkennen ein Hindernis mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,98.
Wenn das Hindernis erkannt wird, setzt der Rasenroboter entweder mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,92 seine Arbeit fort oder er bleibt stehen.
Wenn das Hindernis nicht erkannt wird, setzt der Rasenroboter entweder seine Arbeit fort oder bleibt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,18 stehen.

1.6 Der Rasenroboter trifft auf ein Hindernis.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Rasenroboter nach dem Hindernis seine Arbeit fortsetzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.7 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das folgende Ereignis:
Der Rasenroboter trifft auf vier Hindernisse, setzt bei den ersten drei Hindernissen seine Arbeit fort und bleibt beim vierten Hindernis stehen.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

Aufgabe B 2

Die Abbildung zeigt das Gebäude eines Flughafens, in das ein kartesisches Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) gelegt ist.

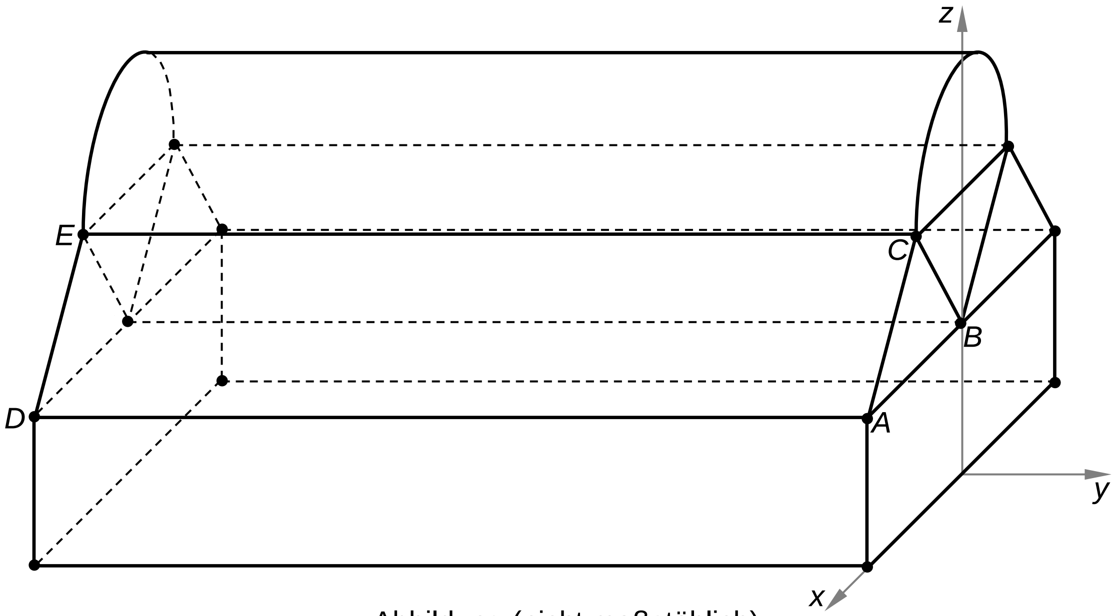

Abbildung (nicht maßstäblich)

Die 140,0 Meter lange Dachkonstruktion ist aus einem halben geraden Kreiszylinder und drei geraden Prismen zusammengesetzt. Die dreieckigen Grundflächen dieser Prismen sind kongruent zueinander.
Die Seitenkanten der Prismen verlaufen parallel zur y-Achse. Die Punkte $A(7|0|4)$, $B(0|0|4)$ und $C(3{,}5|0|7{,}5)$ sowie D und E sind Eckpunkte eines der Prismen.
Der Boden des Gebäudes sowie die Startbahnen des Flughafens liegen in der x-y-Ebene.

2.1 Weisen Sie nach, dass das Dreieck ABC gleichschenklig und im Punkt C rechtwinklig ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

2.2 Bestimmen Sie das Volumen der gesamten Dachkonstruktion.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Das Gebäude des Flughafens wird fotografiert. Die Position der Kamera dafür ist der Punkt $K(30|20|1{,}5)$. Die Dachfläche $ACED$ ist eine Seitenfläche eines der dreiseitigen Prismen und liegt in der Ebene ε .

2.3 Zeigen Sie, dass ε durch die Gleichung $\varepsilon\colon\ x+z=11$ dargestellt werden kann.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.4 Eine Sichtlinie verläuft von der Position der Kamera aus geradlinig zum Mittelpunkt der Dachfläche $ACED$.

Berechnen Sie die Größe des Winkels, den diese Sichtlinie mit der Dachfläche $ACED$ einschließt.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Fortsetzung auf Seite 9

Fortsetzung Aufgabe B 2

2.5 Hinter dem Gebäude startet ein Flugzeug. Ab einer bestimmten Höhe über der Startbahn ist die Flugzeugspitze von der Position der Kamera aus oberhalb des Gebäudes sichtbar. Im Folgenden soll diese Höhe ermittelt werden.

Begründen Sie, dass diejenigen Punkte der Dachkonstruktion, die am höchsten über dem Boden des Gebäudes liegen, für die Ermittlung der gesuchten Höhe keine Rolle spielen.

Von der Position der Kamera aus wird die Flugzeugspitze unmittelbar oberhalb derjenigen Punkte der Dachkonstruktion sichtbar, die auf der Gerade mit der Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1{,}1 \\ 0 \\ 10{,}9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (r \in \mathbb{R})$ liegen. Die Spitze des startenden Flugzeugs bewegt sich entlang der Gerade mit der Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} -60 \\ -990 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -20 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} \quad (s \in \mathbb{R})$.

Ermitteln Sie die gesuchte Höhe.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Möchte eine Person an einem Flug teilnehmen, muss dafür im Voraus eine Buchung vorgenommen werden. Erfahrungsgemäß gibt es Personen mit Buchung, die nicht am Flug teilnehmen.
Für die 210 Sitzplätze eines Flugzeugs lässt eine Fluggesellschaft deshalb mehr als 210 Buchungen zu. Erscheinen mehr als 210 Personen mit Buchung zu diesem Flug, so können nur 210 von ihnen am Flug teilnehmen. Die übrigen Personen müssen abgewiesen werden.

Vereinfachend wird angenommen, dass die Anzahl der Personen mit Buchung, die am Flug auch teilnehmen, binomialverteilt ist.

2.6 Geben Sie einen Grund dafür an, dass es sich bei dieser Annahme im Sachzusammenhang um eine Vereinfachung handelt.

Erreichbare BE-Anzahl: 01

2.7 Es liegen 220 Buchungen für die 210 Sitzplätze für einen Flug mit diesem Flugzeug vor. Erfahrungsgemäß nehmen 90 % aller Personen mit Buchung an diesem Flug teil.

Geben Sie an, wie viele Personen zu erwarten sind, die mit Buchung an diesem Flug teilnehmen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

Ereignis A: Genau 200 Personen mit Buchung nehmen an diesen Flug teil.
Ereignis B: Es muss mindestens eine Person mit Buchung abgewiesen werden.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

L E E R S E I T E