Teil A

1.1 ▶ **Gleichung einer Stammfunktion auswählen**

Du kannst den Funktionsterm von f umschreiben zu:

$$\begin{aligned} f(x) &= \tfrac{2}{x^3} \\ &= 2\cdot x^{-3} \end{aligned}$$

Für eine Stammfunktion folgt also beispielsweise:

$$\begin{aligned} F(x) &= \tfrac{2}{-2}\cdot x^{-2} \\ &= -\tfrac{1}{x^2} \end{aligned}$$

Alle Funktionen der Form $F_c(x) = -\frac{1}{x^2} + c$ sind also Stammfunktionen von f.

Die erste Antwortmöglichkeit ist also die richtige.

1.2 ▶ **Aussage auswählen**

$f(x) = \mathrm{e}^{x+1}$ beschreibt den Graph einer e-Funktion, der um eine Einheit entlang der x-Achse verschoben wurde.

- Die e-Funktion besitzt keine Nullstelle. Eine Verschiebung entlang der x-Achse ändert daran nichts.

  Die erste Anwort ist also falsch.

- $f'(x) = \mathrm{e}^{x+1}$.

  Die zweite Antwort ist also auch falsch.

- Der Graph der e-Funktion ist nicht symmetrisch. Eine Verschiebung entlang der x-Achse ändert daran nichts.

  Die erste Anwort ist also falsch.

- Der Graph der e-Funktion besitzt eine waagerechte Asymptote mit der Gleichung $y = 0$. Waagerechte Asymptoten bleiben bei der Verschiebung entlang der x-Achse erhalten.

  Diese Antwort ist also richtig.

- Da $f'(x) = f(x)$ gilt, gilt auch $f''(x) = f(x)$. Da f keine Nullstelle besitzt, kann also auch die zweite Ableitungsfunktion keine Nullstelle besitzen. Es gibt also keine Stelle, an der das notwendige Kriterium für Wendestellen $f''(x_W) = 0$ erfüllt sein kann.

  Diese Antwort ist falsch.

1.3 ▶ **Schnittpunkt bestimmen**

Alle Punkte in der xy-Ebene besitzen die z-Koordinate Null. Dies muss daher auch für den Schnittpunkt mit der Geraden g gelten. Setzt du die letzte Koordinate in der Geradengleichung gleich Null, so erhältst du:

$$\begin{aligned} 0 &= 5+t\cdot(-1) \quad \mid +t \\ t &= 5 \end{aligned}$$

Einsetzen in die Geradengleichung liefert:

$$\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}+5\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13\\9\\0\end{pmatrix}$$

Die dritte Antwortmöglichkeit $(13 \mid 9 \mid 0)$ ist also die richtige Antwort.

1.4 ▶ **Ebenengleichung auswählen**

Aus der Abbildung kannst du die Koordinaten der Spurpunkte von E ablesen $S_x(1 \mid 0 \mid 0)$, $S_y(0 \mid 1 \mid 0)$ und $S_z(0 \mid 0 \mid 1)$.
Setzt du diese nach und nach in die Ebenengleichungen ein, so bleibt nur die zweite angegebene Gleichung, die alle drei gegebenen Koordinaten erfüllen.

Die zweite Antwort ist die richtige.

1.5 ▶ **Term für die Wahrscheinlichkeit bestimmen**

Bei dem zehnmaligen Werfen der Münze handelt es sich um eine Bernoullikette. Die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten, wie oft Wappen fällt, können daher mithilfe der Formel für die Binomialverteilung für $n=10$ und p berechnet werden.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim zehnmaligen Werfen zweimal Wappen fällt ist also: $\binom{10}{2}\cdot p^2\cdot(1-p)^8$.

Die dritte Antwort ist die richtige.

2.1 ▶ **Fläche in einem kartesischen Koordinatensystem darstellen**

Das Integral beschreibt den Inhalt der Fläche, die der Graph zu $x+1$ im Bereich $0\leq x\leq 3$ mit der x-Achse begrenzt.
Du erhältst in etwa folgendes Schaubild:

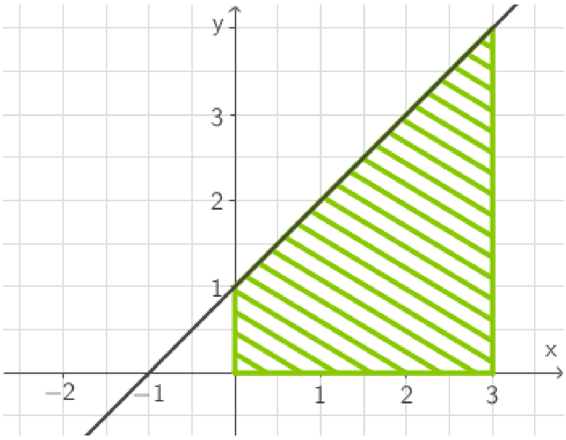

Abb. 1: Fläche

2.2 ▶ **Wert des Terms ermitteln**

$$
\begin{aligned}
&\int_0^3 (x+1)\,\mathrm{d}x \\
=\;& \left[\tfrac{1}{2}x^2 + x\right]_0^3 \\
=\;& \tfrac{1}{2}\cdot 3^2 + 3 - \left(\tfrac{1}{2}\cdot 0^2 + 0\right) \\
=\;& \tfrac{15}{2}
\end{aligned}
$$

3.1 ▶ **Koordinaten des Schnittpunkts bestimmen**

$$
\begin{aligned}
\begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} &= \begin{pmatrix}1\\2\\6\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix} \qquad \left|\, -t\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix};-\begin{pmatrix}1\\2\\6\end{pmatrix}\right. \\
\begin{pmatrix}-1\\-1\\-3\end{pmatrix} &= r\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix} - t\cdot\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Daraus erhältst du folgendes Gleichungssystem:

$$
\begin{array}{lll}
\text{I} & -1 & = -r - 2t \\
\text{II} & -1 & = r \\
\text{III} & -3 & = r - 2t
\end{array}
$$

Es ist $r=-1.$ Da in der Aufgabenstellung angegeben ist, dass sich die beiden Geraden g und h schneiden, musst du das Gleichungssystem nicht weiter lösen, sondern kannst nun direkt $r=-1$ in die Gleichung von h einsetzen:

$$
\begin{pmatrix}1\\2\\6\end{pmatrix} - 1\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\1\\5\end{pmatrix}
$$

Die Koordinaten des Schnittpunkts von g und h lauten $S(2 \mid 1 \mid 5)$.

3.2 ▶ **Orthogonalität untersuchen**

Die beiden Geraden g und h sind orthogonal, wenn ihre Richtungsvektoren orthogonal zueinander sind. Das ist der Fall, wenn ihr Skalarprodukt Null ergibt.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} &= 2 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Die beiden Geraden g und h verlaufen also orthogonal zueinander.

4 ▶ **Gleiche Wahrscheinlichkeit zeigen**

Der Sohn, der zuerst zieht, hat noch drei Lose zur Verfügung, von denen eines das Los für das Fußballspiel ist. Bei ihm beträgt die Wahrscheinlichkeit also $\frac{1}{3}$.
Der Sohn, der an zweiter Stelle zieht, kann nur das Gewinnlos ziehen, wenn der erste Sohn es nicht gezogen hat. Mit den Pfadregeln ergibt sich:

$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

Der Sohn, der zuletzt zieht, kann nur das Gewinnlos ziehen, wenn beide Söhne zuvor es nicht gezogen haben. Mit den Pfadregeln ergibt sich auch hier:

$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{3}$

Jeder Sohn zieht also jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$ das Los für den Besuch des Fußballspiels.

Bildnachweise [nach oben]