Geltungsbereich:
- allgemeinbildendes Gymnasium
- Abendgymnasium und Kolleg
- schulfremde Prüfungsteilnehmer

Schriftliche Abiturprüfung
Grundkursfach Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Teil A

Allgemeine Arbeitshinweise

Tragen Sie auf den Seiten 2 und 3 des Materials für den Prüfungsteilnehmer Teil A Ihre Schulchiffre und Ihre Kennzahl ein.

Ihre Arbeitszeit einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte für den Prüfungsteil A beträgt **60 Minuten.**

Im Teil A sind 15 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.

Zugelassene Hilfsmittel:
- Zeichengeräte
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- zweisprachiges Wörterbuch für Prüfungsteilnehmer mit Migrationshintergrund, deren Herkunftssprache nicht Deutsch ist (Deutsch-Herkunftssprache/Herkunftssprache-Deutsch)

Handelt es sich bei den Hilfsmitteln um Wörterbücher, sind jeweils nichtelektronische und elektronische Wörterbücher zugelassen, sofern sie geschlossene Systeme ohne Möglichkeit der Speichererweiterung sind. Internetfähige Hilfsmittel sind ausgeschlossen.

Prüfungsinhalt

Tragen Sie die Antworten zur Aufgabe 1 auf dem vorliegenden Aufgabenblatt ein und verwenden Sie für die Antworten zu den Aufgaben 2 bis 4 das bereitliegende Papier für die Reinschrift.

1 In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1.1 Welche der angegebenen Gleichungen beschreibt die erste Ableitungsfunktion der Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{3}\cdot x^3-\sin(3\cdot x+2)\quad (x\in D_f)$?

- ☐ $f'(x)=x^2-3\cdot\cos(3\cdot x+2)\quad (x\in D_{f'})$
- ☐ $f'(x)=x^2+3\cdot\cos(3\cdot x+2)\quad (x\in D_{f'})$
- ☐ $f'(x)=\frac{1}{2}\cdot x^2-\frac{1}{3}\cdot\cos(3\cdot x+2)\quad (x\in D_{f'})$
- ☐ $f'(x)=x^4+\frac{1}{3}\cdot\sin(2\cdot x)\quad (x\in D_{f'})$
- ☐ $f'(x)=\frac{1}{4}\cdot x^4+3\cdot\cos(3\cdot x+2)\quad (x\in D_{f'})$

1.2 Der Graph der Funktion f mit $f(x)=\frac{4}{x^2-9}\quad (x\in D_f)$ besitzt

- ☐ zwei waagerechte Asymptoten mit den Gleichungen $y=-3$ bzw. $y=3$ und keine senkrechte Asymptote.
- ☐ eine waagerechte Asymptote mit der Gleichung $y=0$ als einzige Asymptote.
- ☐ keine waagerechte Asymptote und eine senkrechte Asymptote mit der Gleichung $x=0$.
- ☐ eine waagerechte Asymptote mit der Gleichung $y=0$ und zwei senkrechte Asymptoten mit den Gleichungen $x=-3$ bzw. $x=3$.
- ☐ keine waagerechte Asymptote und keine senkrechte Asymptote.

1.3 Für welchen Wert von a $(a \in \mathbb{R})$ verläuft der Vektor $\begin{pmatrix} 2 \\ a \\ -1 \end{pmatrix}$ senkrecht zur Ebene E mit

$E:\ 4 \cdot x + 2 \cdot y - 2 \cdot z = 3$?

☐	☐	☐	☐	☐
$a = -5$	$a = -3$	$a = 1$	$a = 3$	$a = 5$

1.4 Gegeben sind die Gerade g und der Punkt P_k mit $g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $(t \in \mathbb{R})$ bzw.

$P_k\left(6 \mid k \mid -4\right)$ $(k \in \mathbb{R})$.

Für welchen Wert von k liegt der Punkt P_k auf der Geraden g ?

☐	☐	☐	☐	☐
$k = -9$	$k = -3$	$k = 0$	$k = 3$	$k = 5$

1.5 Ein idealer Würfel wird zweimal jeweils zufällig geworfen und die Summe der beiden geworfenen Augenzahlen gebildet.

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Die Augensumme ist größer als 8.“ beträgt:

☐	☐	☐	☐	☐
$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$

Für Aufgabe 1 erreichbare BE-Anzahl: 05

Fortsetzung auf Seite 4

Fortsetzung Teil A

2 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=(x-1)\cdot e^x \quad (x\in\mathbb{R})$.

2.1 Zeigen Sie, dass die Funktion f'' mit $f''(x)=(x+1)\cdot e^x \quad (x\in\mathbb{R})$ die zweite Ableitungsfunktion der Funktion f ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.2 Der Graph der Funktion f besitzt genau einen Wendepunkt.

Geben Sie die Koordinaten dieses Wendepunktes an.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

3 Die Geraden g und h mit $g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}1\\-1\\4\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix} \quad (t\in\mathbb{R})$ bzw. $h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}1\\5\\4\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix} \quad (r\in\mathbb{R})$ schneiden sich im Punkt S.

3.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes S.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

3.2 Zeigen Sie, dass sich die Geraden g und h nicht senkrecht schneiden.

Erreichbare BE-Anzahl: 01

4 Bei einer Lotterie werden Lose angeboten. Jedes Los ist mit einer Wahrscheinlichkeit von einem Drittel ein Gewinnlos.
Ein Spieler zieht bei dieser Lotterie vier Lose zufällig.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter diesen vier gezogenen Losen mindestens ein Gewinnlos befindet.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

Schriftliche Abiturprüfung
Grundkursfach Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Teil B

Allgemeine Arbeitshinweise

Ihre Arbeitszeit einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte für den Prüfungsteil B beträgt **180 Minuten.**

Im Teil B sind 45 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.

Zugelassene Hilfsmittel:
- entweder grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner mit beziehungsweise ohne Computer-Algebra-System oder ein Computer-Algebra-System auf der Grundlage einer anderen geschlossenen Plattform entsprechend den getroffenen Festlegungen der Schule
- Tabellen- und Formelsammlung
- Zeichengeräte
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- zweisprachiges Wörterbuch für Prüfungsteilnehmer mit Migrationshintergrund, deren Herkunftssprache nicht Deutsch ist
  (Deutsch-Herkunftssprache/Herkunftssprache-Deutsch)

Handelt es sich bei den Hilfsmitteln um Wörterbücher, sind jeweils nichtelektronische und elektronische Wörterbücher zugelassen, sofern sie geschlossene Systeme ohne Möglichkeit der Speichererweiterung sind. Internetfähige Hilfsmittel sind ausgeschlossen.

Prüfungsinhalt

Aufgabe B 1

Im Jahr 1882 wurde im Odenwald der Krähbergtunnel eröffnet.

Die Frontfläche des Tunnelportals des Krähbergtunnels mit der Portalöffnung kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) dargestellt werden (siehe Abbildung 1).

Die unteren Begrenzungslinien der Frontfläche des Tunnelportals liegen auf der x-Achse, die obere Begrenzungslinie parallel dazu.
Die seitlichen Begrenzungslinien der Frontfläche des Tunnelportals verlaufen parallel zur y-Achse.

Die Frontfläche des Tunnelportals ist 6,24 Meter hoch und 6,48 Meter breit.

Die obere Begrenzungslinie der Portalöffnung kann durch den Graphen der Funktion f mit
$f(x) = -0{,}1128 \cdot x^4 - 0{,}0789 \cdot x^2 + 3{,}8400$
$(x \in \mathbb{R}; -1{,}80 \le x \le 1{,}80)$ beschrieben werden.
Die rechte Begrenzungslinie der Portalöffnung liegt auf dem Graphen der Funktion g mit
$g(x) = 10{,}0 \cdot x - 15{,}6 \quad (x \in \mathbb{R}; 1{,}56 \le x \le 1{,}80)$.

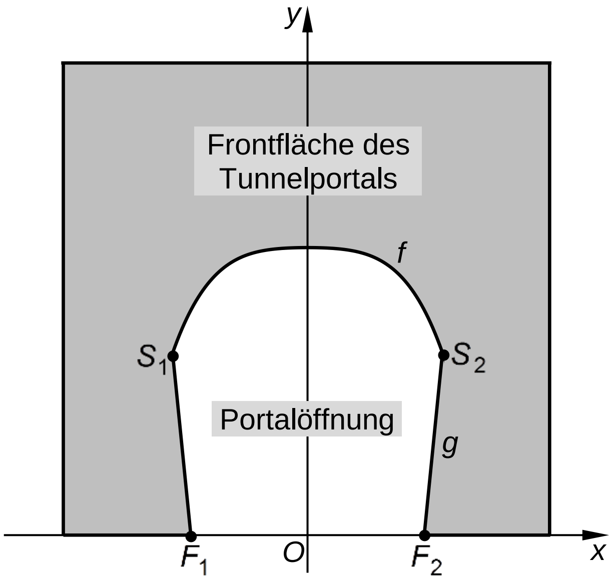

Abbildung 1 (nicht maßstäblich)

In den Punkten S_1 und S_2 gehen die linke bzw. die rechte Begrenzungslinie der Portalöffnung in die obere Begrenzungslinie der Portalöffnung über.
In den Punkten F_1 und F_2 gehen die linke bzw. die rechte Begrenzungslinie der Portalöffnung in die jeweilige untere Begrenzungslinie der Frontfläche des Tunnelportals über.
Die Frontfläche des Tunnelportals ist achsensymmetrisch.

1.1 Ermitteln Sie die Länge der Strecke $\overline{F_1F_2}$.

Zeigen Sie, dass der Punkt $S_2(1{,}80 \mid 2{,}40)$ auf den Graphen der Funktionen f und g liegt.

Geben Sie eine Gleichung der Geraden an, auf der die Punkte F_1 und S_1 liegen.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

1.2 Berechnen Sie die Größe des Winkels, unter dem die obere Begrenzungslinie der Portalöffnung in die rechte Begrenzungslinie der Portalöffnung übergeht.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Fortsetzung auf Seite 7

Fortsetzung Aufgabe B 1

1.3 Der Krähbergtunnel ist 3100 Meter lang und verläuft geradlinig sowie senkrecht zur Portalöffnung. Die Deckenfläche und die Seitenflächen im Inneren des Tunnels sollen saniert werden.

Die Deckenfläche schließt sich an die obere Begrenzungslinie der Portalöffnung an. Die Seitenflächen schließen sich an die rechte und linke Begrenzungslinie der Portalöffnung an.

An jeder Stelle des Tunnels ist die Querschnittsfläche des Tunnels kongruent zur Fläche der Portalöffnung.

Die Länge der oberen Begrenzungslinie der Portalöffnung zwischen den Punkten S_1 und S_2 beträgt 5,09 Meter.

Bestimmen Sie den Inhalt der zu sanierenden Fläche im Inneren des Krähbergtunnels.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.4 Die Frontfläche des Tunnelportals soll ebenfalls saniert werden.

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Frontfläche des Tunnelportals.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.5 Für den Krähbergtunnel wird der Verkehrsraum analysiert.
Der Verkehrsraum ist der maximal mögliche Flächeninhalt eines Rechtecks, welches wie folgt in die Portalöffnung einbeschrieben werden kann (siehe Abbildung 2):

(1) Eine Seite des Rechtecks liegt auf der x-Achse.

(2) Zwei Eckpunkte des Rechtecks liegen auf der oberen Begrenzungslinie der Portalöffnung.

Ermitteln Sie den Verkehrsraum.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

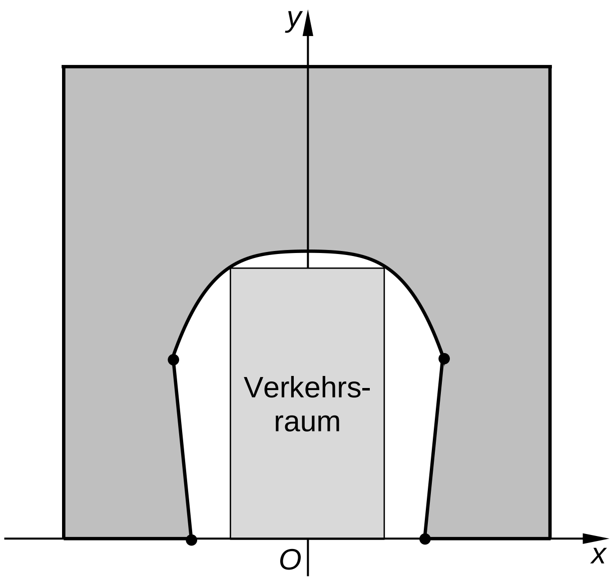

Abbildung 2 (nicht maßstäblich)

Für die Sanierung des Tunnelportals werden von einer Firma Sandsteinplatten geliefert. Erfahrungsgemäß ist eine gelieferte Sandsteinplatte zu 95 % für die Sanierung geeignet.

1.6 Die Firma liefert zunächst 130 Sandsteinplatten für die Sanierung des Tunnelportals.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

Ereignis A: Es sind mindestens 96 Sandsteinplatten, jedoch höchstens 120 Sandsteinplatten für die Sanierung geeignet.

Ereignis B: Es sind mehr Sandsteinplatten für die Sanierung geeignet als zu erwarten ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.7 Für die Sanierung des Tunnelportals werden 125 Sandsteinplatten benötigt.

Ermitteln Sie die Anzahl der zu liefernden Sandsteinplatten, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % die Anzahl der gelieferten Sandsteinplatten für die Sanierung ausreicht.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Aufgabe B 2

Eine Kletterhalle kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) dargestellt werden (siehe Abbildung).

Der ebene Hallenboden der Kletterhalle befindet sich in der x-y-Koordinatenebene.
Die beiden zum Hallenboden senkrechten Kletterwände befinden sich in der x-z- bzw. in der y-z-Koordinatenebene.
Zwischen diesen beiden Kletterwänden befindet sich eine schräge Kletterwand, ein sogenannter Überhang.
Dieser dreieckige Überhang befindet sich in der Ebene E mit $E:\ 3\cdot x+3\cdot y-4\cdot z=-16$.
Ein Eckpunkt des Überhangs liegt auf der z-Achse.
Die beiden anderen Eckpunkte des Überhangs befinden sich auf den senkrechten Kletterwänden 10,0 m über dem Hallenboden.

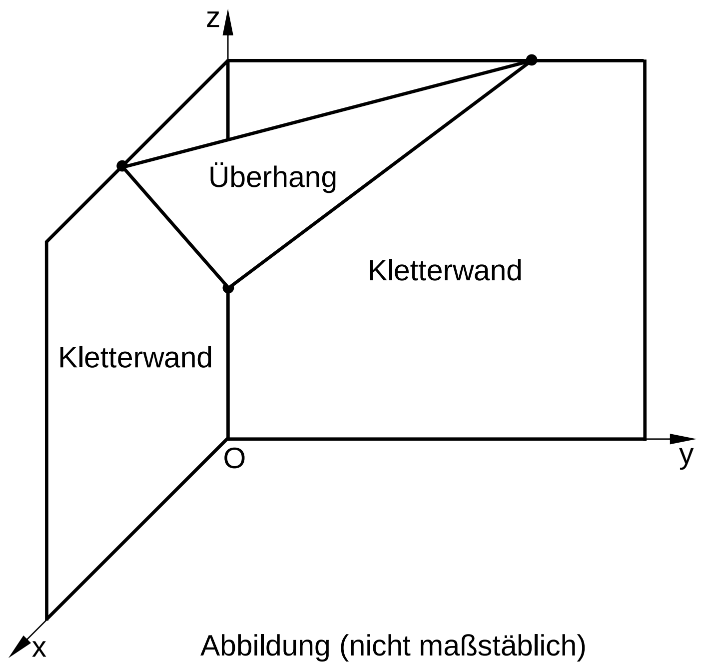

Abbildung (nicht maßstäblich)

2.1 Ein Eckpunkt des Überhangs besitzt die geringste Höhe über dem Hallenboden.
Weisen Sie nach, dass diese geringste Höhe 4,0 m beträgt.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.2 Bestimmen Sie den Neigungswinkel des Überhangs gegenüber dem Hallenboden.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.3 Vom Punkt $P(0{,}0\,|\,0{,}0\,|\,10{,}0)$ verläuft ein geradliniges Spannseil senkrecht zum Überhang.
Dieses Spannseil ist im Punkt Q des Überhangs befestigt.
Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes Q.
Geben Sie die Länge des Spannseils zwischen den Punkten P und Q an.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.4 Der dreieckige Überhang soll ausgetauscht werden. Die Materialkosten betragen 50,00 € pro Quadratmeter ohne Mehrwertsteuer. Die Mehrwertsteuer beträgt 19 %.
Ermitteln Sie die Materialkosten einschließlich Mehrwertsteuer für den Austausch des dreieckigen Überhangs.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.5 Es gibt Kletterrouten, die entlang der beiden zum Hallenboden senkrechten Kletterwände vom Punkt $A(4{,}0\,|\,0{,}0\,|\,0{,}0)$ über einen Punkt B auf der z-Achse zum Punkt $C(0{,}0\,|\,6{,}0\,|\,6{,}0)$ verlaufen. Unter diesen Kletterrouten gibt es eine kürzeste Route.
Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes B für diese kürzeste Route.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Fortsetzung auf Seite 9

Fortsetzung Aufgabe B 2

In der Kletterhalle können Kletterrouten der Kategorie I und Kletterrouten der Kategorie II gewählt werden.
Erfahrungsgemäß sind von allen gewählten Kletterrouten 68 % Kletterrouten der Kategorie I. Von diesen werden 54 % ohne Absturz bewältigt.
Insgesamt werden 62 % aller gewählten Kletterrouten ohne Absturz bewältigt.

2.6 Ermitteln Sie die Anzahl der zu erwartenden Abstürze bei 100 gewählten Kletterrouten.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.7 Eine Kletterroute der Kategorie I wurde gewählt.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass dabei ein Absturz erfolgt.

Eine Kletterroute der Kategorie II wurde gewählt.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei kein Absturz erfolgt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

L E E R S E I T E