Sächsisches Staatsministerium
für Kultus

Schuljahr **2013/14**

Geltungsbereich:
- allgemeinbildendes Gymnasium
- Abendgymnasium und Kolleg
- schulfremde Prüfungsteilnehmer

Schriftliche Abiturprüfung
Grundkursfach Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Teil A

Allgemeine Arbeitshinweise

Tragen Sie auf den Seiten 2 und 3 des Materials für den Prüfungsteilnehmer Teil A Ihre Schulchiffre und Ihre Kennzahl ein.

Ihre Arbeitszeit einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte für den Prüfungsteil A beträgt **60 Minuten.**

Im Teil A sind 15 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.

Erlaubte Hilfsmittel:
- Zeichengeräte
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung

Schulchiffre: …………………… Kennzahl: …………………………

Prüfungsinhalt

Tragen Sie die Antworten zu den Aufgaben 1 und 2 auf dem vorliegenden Aufgabenblatt ein und verwenden Sie für die Antworten zu den Aufgaben 3 und 4 das bereitliegende Papier für die Reinschrift.

1 In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1.1 Wie viele Nullstellen besitzt die Funktion *f* mit $f(x) = x \cdot (x-7) \cdot (x^2+4) \quad (x \in \mathbb{R})$?

☐	☐	☐	☐	☐
0	1	2	3	4

1.2 Welche Funktion *h* besitzt an der Stelle $x = 1$ eine Extremstelle?

☐	☐	☐	☐	☐
$h(x) = \mathrm{e}^x$ $(x \in \mathbb{R})$	$h(x) = \sin x$ $(x \in \mathbb{R})$	$h(x) = \ln x$ $(x \in \mathbb{R}, x > 0)$	$h(x) = \frac{1}{x} + x$ $(x \in \mathbb{R}, x \neq 0)$	$h(x) = \sqrt{x}$ $(x \in \mathbb{R}, x \geq 0)$

1.3 Der Wert des bestimmten Integrals $\int_0^a (x^2 - 2 \cdot x)\,\mathrm{d}x \quad (x \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}, a > 0)$ beträgt

☐	☐	☐	☐	☐
$a^3 - 2 \cdot a^2$	$\frac{1}{3} \cdot a^3 - 2 \cdot a$	$\frac{1}{3} \cdot a^3 - a^2$	$a^2 - 2 \cdot a$	$2 \cdot a - 2$

1.4 Gegeben sind die Geraden *g* und *i* mit

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (s \in \mathbb{R})$ und $i: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Welche Aussage bezüglich der Lagebeziehung der beiden Geraden *g* und *i* ist wahr? Die Geraden *g* und *i*

☐	☐	☐	☐	☐
sind identisch.	verlaufen parallel.	verlaufen windschief.	schneiden sich senkrecht.	schneiden sich nicht senkrecht.

1.5 Bei einem Alternativtest wird ein Fehler 1. Art begangen, wenn

☐ die Nullhypothese angenommen wird und die Nullhypothese zutrifft.

☐ die Nullhypothese abgelehnt wird und die Nullhypothese nicht zutrifft.

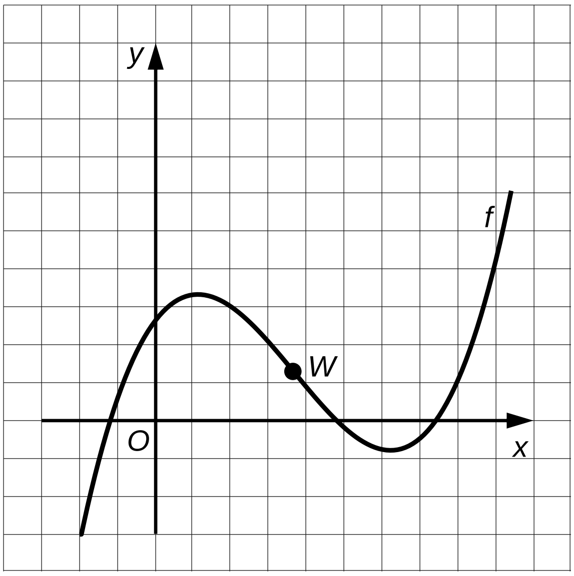
☐ die Nullhypothese angenommen wird, aber die Nullhypothese nicht zutrifft.

☐ die Nullhypothese abgelehnt wird, aber die Nullhypothese zutrifft.

☐ die Nullhypothese und die Alternativhypothese angenommen werden.

Für Aufgabe 1 erreichbare BE-Anzahl: 05

2 Die Abbildung zeigt den Graphen einer ganzrationalen Funktion *f* dritten Grades.
Der Punkt *W* ist Wendepunkt des Graphen der Funktion *f*.



2.1 Skizzieren Sie in der Abbildung den Graphen der ersten Ableitungsfunktion f' von *f* im dargestellten Intervall.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.2 Begründen Sie, dass folgende Aussage wahr ist:
Der Graph der zweiten Ableitungsfunktion f'' der Funktion *f* ist eine Gerade.

Begründung:

____

____

____

Erreichbare BE-Anzahl: 01

3 In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A\left(-6\,|\,2\,|\,1\right)$, $B\left(-2\,|\,3\,|\,-1\right)$ und $C\left(6\,|\,5\,|\,-5\right)$ gegeben.

Untersuchen Sie, ob die Punkte *A*, *B* und *C* Eckpunkte eines Dreiecks sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

4 In jeder Werbepackung einer Firma befinden sich zehn Gummibärchen. Davon sind jeweils sieben rot, zwei gelb und eins weiß.

4.1 Tina entnimmt einer vollen Werbepackung zufällig und ohne Zurücklegen zwei Gummibärchen.

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass diese beiden Gummibärchen rot sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 01

4.2 Tina schlägt ihrer Freundin Nora folgendes Spiel vor:

Nora zahlt einen Einsatz und zieht nacheinander zufällig und ohne Zurücklegen zwei Gummibärchen aus einer vollen Werbepackung.

Sind beide gezogenen Gummibärchen rot, erhält Nora zwei Euro ausgezahlt. Sind beide gezogenen Gummibärchen gelb, so erhält sie drei Euro Auszahlung. Haben die beiden gezogenen Gummibärchen verschiedene Farben, so bekommt sie nichts ausgezahlt.

Ermitteln Sie, wie hoch der Einsatz von Nora sein muss, damit sie auf lange Sicht weder Gewinn noch Verlust macht.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

L E E R S E I T E

Schriftliche Abiturprüfung
Grundkursfach Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Teil B

Allgemeine Arbeitshinweise

Ihre Arbeitszeit einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte für den Prüfungsteil B beträgt **180 Minuten.**

Im Teil B sind 45 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.

Erlaubte Hilfsmittel:
- grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner mit oder ohne Computer-Algebra-System (CAS) bzw. ein CAS auf der Grundlage einer anderen Plattform entsprechend der getroffenen Festlegung an der Schule
- Tabellen- und Formelsammlung
- Zeichengeräte
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung

Prüfungsinhalt

Aufgabe B 1

In Faultürmen einer Kläranlage wird Abwasser mit unterschiedlichen mechanischen und biologischen Reinigungsverfahren behandelt.

Die Symmetrieachse eines Faulturms verläuft senkrecht zum ebenen waagerechten Gelände. Der Faulturm wird durch eine Ebene geschnitten, die diese Symmetrieachse enthält. Die dabei entstehende Schnittfläche wird in einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung *O* (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) dargestellt (siehe Abbildung).

Die Begrenzungslinie der Schnittfläche kann durch die Graphen der Funktionen *f* und *g*

mit $f(x) = -\frac{1}{1630} \cdot x^4 - \frac{1}{30} \cdot x^2 + 35 \quad (x \in D_f)$

und $g(x) = \frac{1}{1630} \cdot x^4 + \frac{1}{30} \cdot x^2 \quad (x \in D_g)$

beschrieben werden.

Die *x*-Koordinatenachse liegt im ebenen waagerechten Gelände.

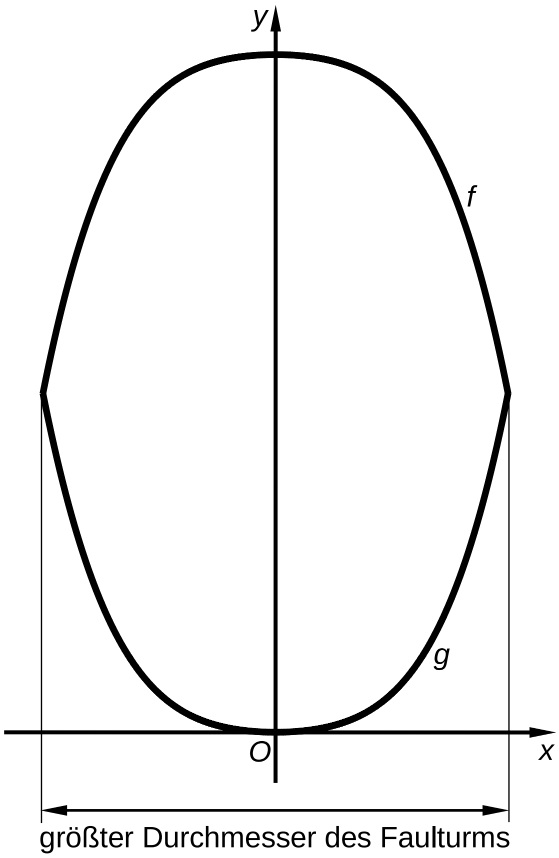


Abbildung (nicht maßstäblich)

1.1 Geben Sie die Höhe des Faulturms an.

Ermitteln Sie den größten Durchmesser des Faulturms.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.2 Berechnen Sie den Inhalt der dargestellten Schnittfläche des Faulturms.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Um den Faulturm herum soll eine begehbare Plattform errichtet werden. Der Aufgang zu dieser Plattform verläuft geradlinig vom ebenen Gelände zum Punkt $B\left(-7{,}3 \mid f(-7{,}3)\right)$ und liegt auf einer Geraden *k*. Der Aufgang geht tangential (ohne Knick) im Punkt *B* in die Begrenzungslinie der Schnittfläche des Faulturms über.

1.3 Zeigen Sie, dass die Gerade *k* näherungsweise den Anstieg 1,44 hat.

Bestimmen Sie den Neigungswinkel des Aufgangs zum ebenen Gelände.

Berechnen Sie die Länge des Aufgangs.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

Fortsetzung auf Seite 7

Fortsetzung Aufgabe B 1

1.4 Die Bodenfläche der begehbaren Plattform soll die Form eines Kreisringes haben. Dabei liegt der innere Kreis des Kreisringes am Faulturm an und enthält den Punkt *B*. Die Breite der Bodenfläche soll 1,00 Meter betragen. Für die Anfertigung eines Quadratmeters der Bodenfläche werden 175,00 € ohne Mehrwertsteuer berechnet.

Berechnen Sie die Kosten für die Anfertigung der Bodenfläche zuzüglich 19 % Mehrwertsteuer.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.5 Im Faulturm wird Klärschlamm mithilfe von Bakterien zersetzt. Die Anzahl der im Klärschlamm vorhandenen Bakterien in Abhängigkeit von der Zeit *t* (in Tagen) kann durch eine Funktion *h* mit

$h(t) = c \cdot a^t \quad (t \in \mathbb{R}, t \geq 0; a \in \mathbb{R}, a > 1; c \in \mathbb{R}, c > 1)$ beschrieben werden.

In einer Probe des Klärschlamms sind zu Beginn der Faulzeit 10^7 Bakterien vorhanden. Innerhalb eines jeden Tages wächst die Anzahl der Bakterien auf das 1,75-Fache. Die Faulzeit für den Klärschlamm beträgt 21 Tage.

Geben Sie die Werte von *a* und *c* an.

Geben Sie die Anzahl der Bakterien am Ende der Faulzeit an.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Der verfaulte Klärschlamm des Faulturms wird mit LKWs entsorgt. Nach der Beladung der LKWs erfolgt eine Kontrolle auf Überladung. Die Auswahl der LKWs erfolgt dabei zufällig. Erfahrungsgemäß sind 15 % der LKWs überladen.

1.6 Bestimmen Sie die Anzahl der LKWs mit Überladung, die unter 60 kontrollierten LKWs im Mittel zu erwarten sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

1.7 Berechnen Sie die Mindestanzahl der zu kontrollierenden LKWs, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens ein kontrollierter LKW überladen ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

Aufgabe B 2

In einem Klettergarten befindet sich ein Haus. Dieses kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) dargestellt werden (siehe Abbildung).

Das Haus besteht aus dem quaderförmigen Gebäudekörper *ABCDEFGH* mit quadratischer Grundfläche *ABCD* und der als Dach aufgesetzten geraden Pyramide *EFGHS*.

Die Fläche *ABCD* liegt in der *x*-*y*-Koordinatenebene. Der Punkt *A* liegt im Koordinatenursprung.

Die Strecke $\overline{AD}$ liegt auf dem negativen Teil der *x*-Koordinatenachse.

Der Gebäudekörper *ABCDEFGH* ist 5,00 m hoch und besitzt einen Grundflächeninhalt von 36,00 m^2. Das Dach ist 2,00 m hoch.

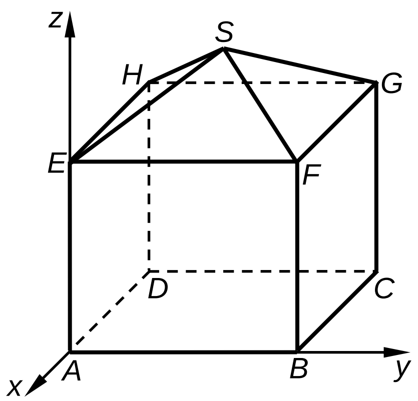


Abbildung (nicht maßstäblich)

2.1 Geben Sie die Koordinaten der Punkte *C* und *H* an.

Begründen Sie, dass der Punkt *S* die Koordinaten $S\left(-3{,}00 \mid 3{,}00 \mid 7{,}00\right)$ besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.2 Ermitteln Sie den Neigungswinkel einer dreieckigen Teildachfläche gegenüber der Fläche *EFGH*.

Bestimmen Sie den Inhalt der gesamten Dachfläche.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.3 Zu einem bestimmten Zeitpunkt verlaufen Sonnenstrahlen in Richtung des Vektors $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1{,}00 \\ 3{,}00 \\ -4{,}00 \end{pmatrix}$.

Weisen Sie nach, dass der Schattenpunkt G' des Eckpunktes *G* in der *x*-*y*-Koordinatenebene die Koordinaten $G'\left(-4{,}75 \mid 9{,}75 \mid 0{,}00\right)$ besitzt.

Ermitteln Sie die Koordinaten des Schattenpunktes F' des Eckpunktes *F* in der *x*-*y*-Koordinatenebene.

Untersuchen Sie, ob die Schattenfläche $BF'G'C$ ein Parallelogramm ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

Fortsetzung auf Seite 9

Fortsetzung Aufgabe B 2

2.4 Im Klettergarten sind Seile gespannt, die zur Sicherung der kletternden Personen dienen. Das erste Seil ist im Punkt $M\left(0{,}00\middle|2{,}00\middle|2{,}00\right)$ am Haus verankert, verläuft geradlinig bis zum Punkt $N\left(20{,}00\middle|8{,}00\middle|-2{,}00\right)$ und liegt auf der Geraden s_1.

Im letzten Kletterabschnitt verläuft das ebenfalls geradlinig gespannte zweite Seil, welches auf der Geraden s_2 mit $s_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0{,}00 \\ 6{,}00 \\ 2{,}00 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 11{,}00 \\ -1{,}00 \\ 2{,}00 \end{pmatrix} \quad (r \in \mathbb{R})$ liegt.

Untersuchen Sie die Lagebeziehung der Geraden s_1 und s_2, auf denen die beiden Seile liegen.

Alle Punkte des zweiten Seils liegen auf der Geraden s_2 mit $0 \le r \le 3$.

Ermitteln Sie die Länge des zweiten Seils.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.5 Bei den Besuchern des Klettergartens wird zwischen Kindern und Erwachsenen unterschieden.

70 % aller Besucher dieses Klettergartens sind Kinder. Von diesen Kindern sind 55 % männlich. 15 % der erwachsenen Besucher sind weiblich.

Ermitteln Sie, wie viel Prozent aller Besucher des Klettergartens männlich sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.6 Der Betreiber des Klettergartens behauptet, dass sogar 80 % aller Besucher des Klettergartens Kinder sind. Diese Behauptung soll durch einen Alternativtest untersucht werden.

Die Nullhypothese „Der Anteil der Kinder an den Besuchern des Klettergartens beträgt 70 %.“ soll abgelehnt werden, wenn mehr als 77 von 100 zufällig ausgewählten Besuchern des Klettergartens Kinder sind. In diesem Fall wird die Alternativhypothese „Der Anteil der Kinder an den Besuchern des Klettergartens beträgt 80 %.“ angenommen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art.

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Nullhypothese irrtümlicherweise angenommen wird.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

L E E R S E I T E