Teil A

1 1.1 Feld 3
  1.2 Feld 2
  1.3 Feld 4
  1.4 Feld 5 |item Feld 2

2 Da f' zwei Nullstellen mit Vorzeichenwechsel besitzt, hat f zwei Extremstellen, und zwar an den Stellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 3$. Im Falle von x_1 muss ein Maximum vorliegen, da der Anstieg von positiv nach negativ und damit die Monotonie von wachsend nach fallend wechselt. Im Falle von x_2 ist dies genau umgekehrt, weswegen es sich um ein Minimum handeln muss.

3 f besitzt zwei Nullstellen, da $0 = x \cdot (1-x)$ für $x_{01} = 0$ und $x_{02} = 1$. Damit ergibt sich für die gesuchte Fläche:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^1 x \cdot (1-x)\,\mathrm{d}x \\ &= \int_0^1 x - x^2\,\mathrm{d}x \\ &= \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^1 \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - 0 \\ &= \underline{\frac{1}{6}} \end{aligned}$$

Die Größe der Fläche beträgt $\frac{1}{6}$ FE.

4 Gleichsetzen der Geraden und rechnerisches Lösen des entstehenden GLS (Rechenweg muss eindeutig erkennbar sein)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow t = 1; r = -1 \rightarrow \underline{S(2 \mid 2 \mid 2)}$$

5 Sei $P(r) = p$ die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer roten Kugel. Dann gilt:

$$\begin{aligned} P(bb;br;rb) &= \frac{95.}{144} \\ P(rr) &= 1 - \frac{95}{144} \\ &= \frac{94}{144} = p^2 \end{aligned}$$

$$p = \underline{\frac{7}{12}}$$

Teil B

1 1.1 Die Höhe kann im Graphik-Menü als Maximum abgelesen werden: 3,0 m. Die Breite ist laut Skizze der Abstand der beiden Nullstellen, welche bei $\pm 1{,}5$ liegen, also ist die Breite ebenso 3,0 m.

1.2

$$\begin{aligned} A &= \int_{-1,5}^{1,5} f(x)\ \mathrm{d}x = 2 \cdot \int_{0}^{1,5} f(x)\ \mathrm{d}x \\ &= 2 \cdot \int_{0}^{1,5} -\frac{4}{3}x^2 + 3{,}0\ \mathrm{d}x \\ &= \left[-\frac{4}{9}x^3 + 3{,}0x\right]_0^{1,5} \\ &= \underline{6} \end{aligned}$$

Der Flächeninhalt beträgt 6,0 m^2.

1.3 Da die Seile tangential gespannt sind, handelt es sich um die Tangenten in den entsprechenden Punkten: Der Operator *Bestimme* lässt die Hilfsmittelwahl offen, sodass das CAS im vollen Umfang genutzt werden kann.

Bestimmung der Stellen mittels CAS (z. B. Graph-Menü x-Wertberechnung): $x_{1/2} = \pm\frac{\sqrt{6}}{4}$.
Tangentengleichungbestimmung z. B. mittel Main-Menü und TANLINE:

$$\begin{aligned} t_1\colon y &= \frac{2}{3}\sqrt{6}\cdot x + 3{,}5 \\ t_2\colon y &= -\frac{2}{3}\sqrt{6}\cdot x + 3{,}5 \end{aligned}$$

Es ist nur eine Gleichung verlangt.

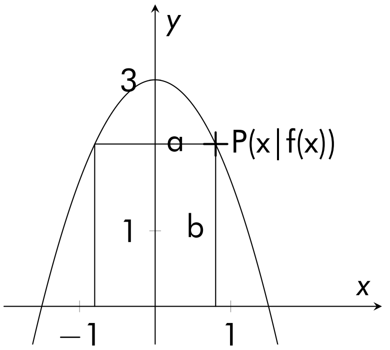
Seillänge l ist der Abstand des Berührungspunktes $B_1(x_1 \mid 2{,}5)$ zur Nullstelle von t_1 mit $x_0 = -\frac{7}{8}\sqrt{6}$

$$l = \sqrt{\left(-\frac{7}{8}\sqrt{6} + \frac{\sqrt{6}}{4}\right)^2 + (2{,}5-0)^2} = \frac{5\sqrt{22}}{8} \approx \underline{2{,}9}$$

Die Seillänge beträgt rund 2,9 m.

Der Winkel α zwischen Boden und Seil ist gleich dem Schnittwinkel der Tangenten mit der x-Achse, also gilt $\tan\alpha = m \rightarrow \underline{\alpha \approx 58{,}5^\circ}$.

1.4 Skizze:



$$\begin{aligned} A(a,b) &= a \cdot b \\ a &= 2x \\ b &= f(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(x) &= 2x \cdot \left(-\frac{4}{3}x^2 + 3{,}0\right) \\ &= -\frac{8}{3}x^3 + 6{,}0x \end{aligned}$$

Nun kann das Graphik-Menü benutzt werden, um den Hochpunkt zu bestimmen: $H(0{,}87 \mid 3{,}5)$. Demnach beträgt der maximale Flächeninhalt $\underline{3{,}5\ \text{m}^2}$.

1.5 Gegeben sind somit die Nullstellen der $x_0 = \pm 2$ und der Hochpunkt $H(0 \mid 3{,}3)$. Eine Möglichkeit wäre eine quadratische Regression mit dem Statistik-Menü des CAS und den drei Punkten $N_1(-2 \mid 0)$, $N_2(2 \mid 0)$ und $H \rightarrow \underline{g(x) = -0{,}825x^2 + 3{,}3}$.

1.6 X . . . Anzahl der Gewächshäuser ohne Mängel $\rightarrow X \sim \mathcal{B}_{100;0,92}$

$E(X) = n \cdot p = \underline{92}$ Demnach sind 92 Gewächshäuser ohne Mängel zu erwarten.

$P(X \geq 85) \approx 0{,}994$ mittels z. B. BINOMIALCDF(87,100,100,0.92) im Main-Menü.

1.7 Y . . . Anzahl der Gewächshäuser mit Mängeln $\rightarrow p = 0{,}08$

$$\begin{aligned} P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) &\geq 0{,}93 \\ P(Y = 0) &\leq 0{,}07 \\ \binom{n}{0} \cdot 0{,}08^0 \cdot 0{,}92^n &\leq 0{,}07 \\ n &\geq \frac{\ln 0{,}07}{\ln 0{,}92} \\ n &\geq 31{,}9 \end{aligned}$$

Es müssen also mindestens $\underline{32}$ Gewächshäuser kontrolliert werden.

2 2.1 B(10,0 | 12,0); C(5,0 | 15,0); D(0,0 | 12,0)

$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{34} = |\overrightarrow{CB}| \rightarrow$ Das Dreieck ist gleichschenklig.

Der Winkel zwischen $\overrightarrow{CD}$ und $\overrightarrow{CB}$ müsste bestimmt werden, z. B. mittels ANGLE aus dem Main-Menü: 118°, also ist das Dreieck auch noch stumpfwinklig.

2.2 $A = \pi \cdot r^2 \cdot \dfrac{\alpha}{360^\circ} = 35{,}0$ mit $r = |\overrightarrow{CD}| = \sqrt{34}$ m und $\alpha = 118^\circ$.

$A = 10 \cdot 12 + \dfrac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3 = 135\ \text{m}^2$. . . Flächeninhalt der gesamten Fassade

$A_{III} = \displaystyle\int_{x_N}^{10} f(x)\,dx \approx 23{,}9\ \text{m}^2$ mit $x_N = 5{,}6$

$A_{II} = A - A_I - A_{III} = 135 - 35 - 23{,}9\ \text{m}^2 = \underline{76{,}1\ \text{m}^2}$

2.3 Farbanzahl: $5 \cdot 4 \cdot 3 = \underline{60}$.

2.4 F_i ... Fehler im i-ten Arbeitsgang: $P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2}) = 0{,}96 \cdot 0{,}95 = \underline{0{,}912}$.

X ... Anzahl der Produktionsfehler bei einer Solarzelle

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,912	$0{,}04 \cdot 0{,}95 + 0{,}96 \cdot 0{,}05 = 0{,}086$	$0{,}04 \cdot 0{,}05 = 0{,}002$

$E(X) = 0 \cdot 0{,}912 + 1 \cdot 0{,}086 + 2 \cdot 0{,}002 = \underline{0{,}09}$, also treten durchschnittlich 0,09 Produktionsfehler auf.

2.5 $E\colon \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 12{,}4 \\ 2{,}5 \\ 0{,}0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2{,}4 \\ 1{,}0 \\ 0{,}0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0{,}0 \\ 0{,}0 \\ -1{,}0 \end{pmatrix} \quad (r{,}s \in \mathbb{R})$ oder $E\colon 5x + 12y = 92$

2.6 Gerade des Sonnenstrahls durch F lautet $g\colon \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 12{,}4 \\ 2{,}5 \\ 0{,}0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1{,}0 \\ -4{,}0 \\ 2{,}0 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$. Schneiden wir diese mit der xz-Ebene, dann gilt $y = 2{,}5 - 4{,}0 \cdot t = 0$, also $t = 0{,}625$ und $S(11{,}775 \mid 0 \mid 1{,}25)$. Damit liegt der Punkt schon mal nicht auf der Grundfläche OAHI. Da die Kante $\overrightarrow{FJ}$ parallel zur z-Achse verläuft, sind die x-Koordinaten aller Schattenpunkte dieser Kante gleich, sie liegen somit alle außerhalb, da die maximale x-Koordinate von OAHI 10 ist.